

## **Лабораторная работа 2.5**

### **Определение удельной теплоемкости металлов**

Составитель: А. В. Багинский, канд. физ.-мат. наук (Институт теплофизики СО РАН, Новосибирский государственный университет)

Рецензент: Г. И. Сухинин, д-р физ.-мат. наук, профессор (Институт теплофизики СО РАН, Новосибирский государственный университет)

### **Оглавление**

1. ...Введение. Некоторые сведения из термодинамики и теории теплообмена	2
2. Физические основы метода	12
3. Экспериментальная установка и порядок проведения эксперимента	14
4. Задания	17
5. Контрольные вопросы	17
Приложение 1	19
Приложение 2	22
Приложение 3	24

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2.5

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ УДЕЛЬНОЙ ТЕПЛОЕМКОСТИ МЕТАЛЛОВ

**Цель работы** – определение теплоемкости методом сравнения скоростей охлаждения образцов с известной (эталонный образец) и неизвестной теплоемкостями.

**Оборудование** камерная печь для нагрева образцов, автоматический самопишущий потенциометр КСП-4, блок термопар, весы, набор образцов.

#### 1. ВВЕДЕНИЕ. НЕКОТОРЫЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕРМОДИНАМИКИ И ТЕОРИИ ТЕПЛООБМЕНА

Понятие «теплоемкость» вводится как количество тепла, которое необходимо, чтобы нагреть тело на  $1\text{ K}$ , и определяется выражением:

$$\delta Q = C \cdot \delta T, \quad (1)$$

где  $\delta Q$  – бесконечно малое количества теплоты, полученное телом;  $\delta T$  – соответствующее приращение его температуры,  $C$  – теплоемкость.

Так же, как и количество тепла, теплоемкость есть функция процесса и приобретает однозначный смысл при указании условий нагрева. То есть при одном и том же  $\delta Q$  приращения температуры  $\delta T$  будут разными в зависимости от того как меняются внешние параметры (объем  $v$ , давление  $P$  и т. д.) в процессе нагрева. Соответственно разными будут и теплоемкости, измеренные в разных процессах. В термодинамике особое значение имеют теплоемкости  $C_v$  и  $C_p$  в процессах с фиксированным объемом образца ( $v = \text{const}$ ) и при фиксированном давлении ( $P = \text{const}$ ), связанные с термодинамическими функциями ( $U$  – внутренняя

энергия;  $H$  – энтальпия;  $S$  – энтропия) следующими соотношениями:

$$C_v = T(\partial S/\partial T)_v = (\partial U/\partial T)_v, C_p = T(\partial S/\partial T)_p = (\partial H/\partial T)_p.$$

Удельная теплоемкость – это теплоемкость нормированная на единицу массы [ $\text{Дж}/(\text{кг}\cdot\text{K})$ ]. В научной практике обычно используется нормировка на грамм-атом или грамм-молекулу [ $\text{Дж}/(\text{моль}\cdot\text{K})$ ], т. е. на массу, равную молекулярному весу вещества (молю). Так как 1 моль любого вещества содержит  $N_A = 6,022 \cdot 10^{23}$  атомов/молекул (число Авогадро), нормировка на моль эквивалентна нормировке на атом/молекулу. В технических справочниках теплоемкость обычно приводится в [ $\text{Дж}/(\text{кг}\cdot\text{K})$ ] и для преобразования этой величины в [ $\text{Дж}/(\text{моль}\cdot\text{K})$ ] необходимо умножить ее на молекулярный вес вещества.

При измерении теплоемкости твердых веществ и жидкостей, как правило, измеряют  $C_p$ . Эксперименты по прямому измерению  $C_v$  уникальны. Связано это с тепловым расширением исследуемого образца при его нагреве в процессе измерений. Из-за очень малой сжимаемости конденсированных сред практически невозможно изготовить измерительную ячейку, которая бы не деформировалась под воздействием возникающих при нагреве образца сил, т. е. обеспечить выполнение условия  $v = \text{const}$  не удастся. То, что коэффициенты теплового расширения твердых тел и жидкостей малы и при нагреве на несколько градусов объем образца увеличивается незначительно, не должно вводить в заблуждение. Здесь важна качественная сторона: какой из внешних параметров ( $P$  или  $v$ ) поддерживается постоянным. При высоких температурах  $C_p$  может отличаться от  $C_v$  весьма значительно.

Строгое термодинамическое соотношение, связывающее  $C_v$  и  $C_p$  имеет вид

$$C_p - C_v = \frac{\alpha^2}{\chi_T} vT > 0, \quad (2)$$

где  $\alpha = \frac{1}{v} \left( \frac{dv}{dT} \right)$  – коэффициент теплового расширения,

$\chi_T = -\frac{1}{v} \left( \frac{dv}{dP} \right)$  – изотермическая сжимаемость.

Для 1 моля идеального газа, как вы помните,

$$\frac{\alpha^2}{\chi_T} vT = R = 8.314 \dots \text{Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К}).$$

Основной вклад в теплоемкость твердых тел дают тепловые колебания кристаллической решетки. В гармоническом приближении (теория Дебая) при температурах выше некоторой характеристической температуры  $\theta_D$  (температура Дебая),  $C_v$  не зависит от температуры:  $C_v^D = 3R = \text{const}$ . Температура Дебая является индивидуальной характеристикой вещества. Значения  $\theta_D$  некоторых веществ приведены в таблице.

### Термодинамические и кинетические характеристики некоторых веществ в твердом состоянии

Вещество	$\theta_D, \text{К}$	$C_p, \text{Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$		$\lambda, \text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$	
		$T=273 \text{ К}$	$T=T_{\text{пл}}$	$T=273 \text{ К}$	$T=T_{\text{пл}}$
Li	352	24,9	29,8	86,7	75,2
Be	1160	16,5	30,0	199,8	69,8(1400 К)
Al	423	24,4	33,9	237	208
Ti	426	25,4	40,9	22,3	33,1
Fe	457	25,1	45,0	79,9	35,0
Ni	476	26,0	36,7	90,4	69,0

Cu	342	24,5	33,4	401	317
Mo	259	23,9	55,1	139,8	89,7
W	388	24,3	49,8	162,8	99,0
Ta	247	25,3	46,0	55,2	87,0
Ag	228	25,4	32,0	430,0	361,0(1200 K)
Au	165	25,3	33,3	317,7	257,0
Pt	234	25,9	35,0	71,7	81,5(2000 K)
Pb	102	26,4	29,5	35,1	31,6
Sn	236	27,1	26,9	66,6	60,3

При температуре близкой к  $\theta_D$  (для большинства веществ это область комнатных или несколько больших температур, (см. таблицу )  $C_p \approx C_v$ , что видно из таблицы. (Таким образом, вы всегда имеете возможность оценить теплоемкость твердого вещества при комнатной температуре, пользуясь только таблицей Менделеева)

С ростом температуры разность  $C_p - C_v$  увеличивается, причем, как правило, значительно сильнее, чем можно было бы ожидать основываясь на (2). Это связано с тем, что с повышением температуры колебания атомов в узлах кристаллической решетки все более отличаются от гармонических и появляется дополнительный «ангармонический» вклад в  $C_p(T)$ , а для металлов становится существенной теплоемкость «газа» электронов проводимости. Электронная теплоемкость меняется с температурой почти линейно  $C^e \approx \gamma_e T$ . Коэффициент  $\gamma_e$  имеет величину порядка нескольких  $мДж/(моль \cdot K^2)$  и  $C^e$  становится сопоставимым с  $C_v$  только при достаточно высоких температурах (а также при очень низкой температуре, когда  $C_v \sim T^3$  и  $C_v < C^e$ ). Вид температурной зависимости ангармонической составляющей колебательной теплоемкости в настоящее время не установлен.

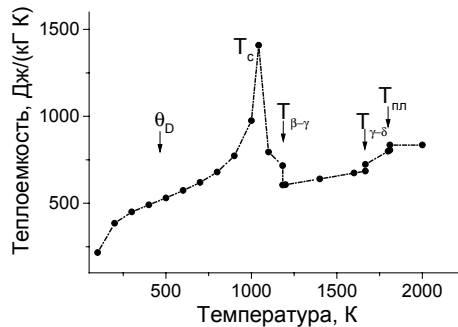


Рис.1. Удельная теплоемкость железа:  
 $\theta_D$  — температура Дебая;  $T_C$  — температура Кюри;  $T_{\beta-\gamma}$  и  $T_{\gamma-\delta}$  — температуры структурных превращений;  $T_{пл}$  — температура плавления

При очень высоких температурах, а также вблизи температур структурных и фазовых превращений появляются и другие составляющие теплоемкости. В результате вид  $C_p(T)$  в широком температурном интервале может быть весьма сложным. В качестве примера на рис. 1 приведена температурная зависимость  $C_p(T)$  железа.

Наиболее универсальными методами измерения теплоемкости, не требующими использования каких-либо модельных представлений о характере температурных изменений теплоемкости, являются методы основанные на том, что в исследуемый образец вводится определенное количество тепла и измеряется на сколько при этом изменится температура образца. Либо наоборот, образец нагревается (охлаждается) и измеряется сколько подведено (отведено) тепла. Примером может служить так называемый ледяной калориметр. При использовании этого метода предварительно нагретый до нужной температуры  $T_0$  образец быстро переносится (сбрасывается) в «стакан», находящийся внутри герметичного сосуда Дьюара, заполненного смесью льда и воды, где и остывает до  $0^\circ\text{C}$  (количество льда в сосуде Дьюара таково, что при остывании образца плавится лишь его небольшая часть и температура смеси всегда равна  $0^\circ\text{C}$ ). Количество отданного образцом тепла (изменение его энтальпии при изменении температуры от  $0^\circ\text{C}$  до  $T_0$ ) определяется по количеству растаявшего льда (скрытая теплота плавления или энтальпия плавления воды  $333.7$  кДж/кг), а количество растаявшего льда – по изменению объема смеси лед–вода.

Однако, несмотря на кажущуюся простоту, эксперименты такого рода очень сложны технически и трудоемки. (Подумайте, какие трудности могут возникнуть при практической реализации данного метода измерений.) В связи с этим применяют, как правило, динамические методы измерений, причем при разработке методов стараются по возможности использовать особенности свойств исследуемого материала.

Так, при исследовании теплоемкости металлов удобно нагревать образец, пропуская через него электрический ток, т. е. использовать сам образец в качестве нагревателя.

Как правило, металлический образец можно использовать и в качестве термометра. Для этого достаточно знать (или определить в предварительном эксперименте) температурную зависимость его электросопротивления  $R_t = R_t(T)$ . Методы, в которых используется внутренний нагрев образцов электрическим током наиболее удобны в высокотемпературных изменениях, т. к. позволяют обходиться без сложных высокотемпературных печей. В экспериментах такого рода (лабораторные работы 2.6 и 2.7) используют обычно проволочные образцы малого сечения и очень малой массы. Преимуществами данных методов являются возможность проводить измерения в очень широком интервале температур (до температур плавления тугоплавких металлов), высокая чувствительность ( $\sim 0.1\%$ ), хорошее температурное разрешение (до  $10^{-3}$  К). Основной недостаток методов, основанных на регистрации изменения сопротивления образца, заключается в необходимости знать температурную производную электросопротивления исследуемого металла. Измерить эту величину довольно трудно.

Динамические методы основаны на измерении таких параметров нагрева исследуемого образца, зависящих от теплоемкости, как скорость изменения температуры, времена запаздывания сигнала, фазовые соотношения и т. д. Формулы для расчета теплоемкости по результатам таких экспериментов получаются из решения соответствующих задач теплообмена. Поэтому для понимания дальнейшего необходимо дать некоторые определения теории теплообмена.

*Теплопередача или теплообмен* – это самопроизвольный необратимый процесс распространения тепла от областей среды с большей температурой к областям с меньшей температурой (или от более нагретых тел к менее нагретым). Перенос тепла осуществляется тремя основными способами: конвекцией (конвективный теплообмен), теплопроводностью (кондуктивный теплообмен) и тепловым излучением (радиационный теплообмен). В общем случае, когда действуют одновременно все три механизма, задача теплообмена очень сложна и может быть решена



только численно. Однако при проведении эксперимента искусственно создаются такие условия, при выполнении которых задача упрощается и оказывается возможным получить ее решение в аналитическом виде.

*Конвективный теплообмен* обусловлен перемещением объемов среды, возможен только в текучей среде (газ, жидкость) и неразрывно связан с массообменом.

Если жидкость (газ) контактирует с твердой поверхностью (стенкой), то конвективный теплообмен между стенкой и окружающей средой описывается уравнением (уравнение Ньютона):

$$dq = \alpha(T_w - T_\infty)ds, \quad (3)$$

где  $\alpha$  – коэффициент теплоотдачи [ $Bm/(m^2 \cdot K)$ ], зависящий от формы и качества обработки поверхности, ее положения (относительно направления силы тяжести), а также от теплопроводности, теплоемкости, плотности, коэффициента теплового расширения жидкости (газа);  $T_w$  – температура твердой поверхности;  $T_\infty$  – температура жидкости (газа) на удалении от стенки (при интенсивном конвективном перемешивании уже вне тонкого пристенного *пограничного* слоя температура в жидкости (газе) практически не отличается от  $T_\infty$ );  $ds$  – элемент поверхности стенки;  $dq$  – тепловой поток с  $ds$ .

*Теплопроводность* – это молекулярный теплоперенос в неподвижных средах (твердое тело, а также жидкость или газ при отсутствии конвекции). Тепловой поток в неподвижной среде описывается уравнением Фурье

$$\vec{q} = -\lambda \cdot \vec{\nabla} T, \quad (4)$$

где  $\vec{q}$  – плотность теплового потока [ $Bm/m^2$ ];  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности [ $Вт/(м \cdot К)$ ];  $T = T(x, y, z)$  – температурное поле в среде. (Знак минус означает, что тепло течет в направлении противоположном направлению градиента температуры).

В случае одномерного температурного поля  $T = T(x)$ :

$$q = -\lambda \frac{dT}{dx}. \quad (5)$$

Согласно (5) температурное поле в бесконечной пластине, одна поверхность которой ( $x = x_0$ ) нагрета до температуры  $T(x_0) = T_0$ , а другая ( $x = x_1 > x_0$ ) – до температуры  $T(x_1) = T_1 > T_0$ , описывается линейной зависимостью:

$$T(x) = T_0 + \frac{T_1 - T_0}{x_1 - x_0} (x - x_0),$$

а плотность теплового потока равна

$$q = -\lambda \frac{T_1 - T_0}{x_1 - x_0} = -\lambda \frac{\Delta T}{\Delta x}.$$

Видно, что при прочих равных условиях перепад температуры тем больше, чем меньше теплопроводность материала.

*Теплообмен излучением* наблюдается между двумя или более телами, разделенными хотя бы частично прозрачной средой и зависит от температур и оптических свойств поверхностей тел, а также от оптических свойств среды. В чистом виде радиационный теплообмен наблюдается между телами в вакууме. Во всех других случаях – теплообмен сложный, причем радиационный, кондуктивный и конвективный тепловые потоки не аддитивны.

Плотность излучения в замкнутой полости, стенки которой имеют одинаковую температуру, описывается функцией Планка, не зависит от оптических свойств поверхностей и одинакова в любой точке полости. Такое излучение называется *черным*.

Интегральная (просуммированная по всем частотам) интенсивность черного излучения описывается зависимостью (закон Стефана-Больцмана):

$$I_T = n^2 \sigma T^4 \quad (6)$$

где  $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \text{ К})$  – постоянная Стефана-Больцмана;  $n$  – показатель преломления окружающей среды; для воздуха –  $n \approx 1$ .

Во многих случаях излучение с единицы поверхности реального твердого тела (или жидкости) можно описать зависимостью такого же вида:

$$I_T = \varepsilon \cdot n^2 \sigma T^4 \quad (7)$$

Выражение (7) отличается от (6) только наличием множителя  $0 < \varepsilon < 1$ , который называется *излучательной способностью* или коэффициентом *черноты*, а излучение, описываемое выражением (7) – *серым* излучением. Коэффициент  $\varepsilon$  зависит от материала поверхности, качества ее обработки и от температуры.

Если на поверхность серого тела падает серое излучение, то часть его отражается, а часть поглощается. Причем коэффициент поглощения в точности равен коэффициенту черноты.

Лабораторное помещение можно рассматривать как черную полость с температурой излучения внутри нее равной комнатной температуре  $T = T_{\text{ком}}$ . Таким образом, если мы имеем тело с температурой поверхности  $T_w$ , то количество тепла, которое получает (теряет) тело в единицу времени с поверхности  $S$  за счет излучения:

$$P = \varepsilon n^2 \sigma S (T_w^4 - T_{\text{ком}}^4). \quad (8)$$

## 2. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕТОДА

Если образец, предварительно нагретый до температуры  $T_0$ , поместить в среду (в данном случае в воздушную) с температурой  $T_{\text{ком}} < T_0$ , то он будет остывать со скоростью, зависящей от его теплоемкости и величины теплоотдачи с поверхности (см. введение). Если параллельно с этим образцом *в той же среде* охлаждается *такой же по форме* эталонный (с известной теплоемкостью) образец, то скорости охлаждения образцов будут обратно пропорциональны их *полным теплоемкостям*  $mC_p$  (см. ниже). Таким образом, если в эксперименте измерить скорости остывания исследуемого и эталонного образцов, то отношение этих скоростей будет равно отношению их теплоемкостей.

Сделаем предположение, что температурное поле внутри образца однородно, т. е. не зависит от координат. Выполнение такого условия необходимо по двум основным причинам. Во-первых, если температура в разных точках образца разная, то разной будет и теплоемкость в разных точках, т. к. теплоемкость зависит от температуры. Во-вторых, в эксперименте температура измеряется в центре образца и если ее измеренное значение будет значительно отличаться от фактической температуры поверхности, то сопоставлять тепловые потоки с поверхности разных образцов будет невозможно без дополнительных измерений.

Оценить справедливость сделанного допущения можно из «сшивки» тепловых потоков на поверхности образца: кондуктивного – в материале образца ( $q_c = \lambda S \nabla T$ ) и конвективно-радиационного – с его поверхности ( $q_w = \alpha S(T_w - T_{\text{ком}}) + \varepsilon \sigma S(T_w^4 - T_{\text{ком}}^4)$ ). По смыслу задачи эти потоки равны

$$\lambda S \nabla T = \alpha S(T_w - T_{\text{ком}}) + \varepsilon \sigma S(T_w^4 - T_{\text{ком}}^4) \quad (1.1)$$

где  $S$  – площадь поверхности.

При нагреве образцов на воздухе до  $T \sim 1000 \text{ K}$  его поверхность неизбежно покрывается рыхлым слоем окислов, можно положить  $\varepsilon \approx 1$ . Коэффициент  $\alpha$  рассчитать достаточно сложно, но для оценок в качестве первого приближения можно принять значение

$\alpha = 10 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$  (Кухлинг, Справочник по физике, с.470). Градиент температуры можно оценить как отношение перепада температуры в образце  $\Delta T$  к характерному размеру  $l_0$  (в случае длинного цилиндрического образца  $l_0 =$  радиусу цилиндра). Тогда, полагая  $T_w \approx 1000 \text{ К}$ ,  $T_{\text{ком}} \approx 300 \text{ К}$ ,  $l_0 \approx 2 \text{ см}$  получим:  $\Delta T \sim 1.3 \cdot 10^3 / \lambda$ . Используя данные представленные в таблице во введении получим, что для медного образца  $\Delta T \sim 3 \text{ К}$ , для железного –  $\Delta T \sim 20 \text{ К}$ , для титанового –  $\Delta T \sim 40 \text{ К}$ . Теплоемкость металлов вне областей близких к температурам фазовых переходов меняется с температурой слабо ( $\sim 3\text{-}5\%$  на  $100 \text{ К}$ ). Такие перепады температуры приводят к незначительным изменениям теплоемкости и можно считать, что во всех точках образца теплоемкость одна и та же. Таким образом, полагая  $C_p = \text{const}$  мы допускаем ошибку порядка  $1\text{--}2\%$ . Радиационный тепловой поток пропорционален 4-ой степени температуры. Поэтому если мы будем считать, что температура поверхности титанового образца равна температуре в его центральной части (в эксперименте мы измеряем температуру в центре образца), мы допустим ошибку порядка  $18\%$  (для железа –  $8\%$ ). При  $T_0 \leq 800 \text{ К}$  радиационный поток существенно уменьшается и становится меньше конвективного. Соответственно уменьшается скорость остывания и перепады температуры в образцах и погрешность сделанного предположения становится  $<10\%$  для всех образцов (численные оценки сделайте сами). Таким образом, в пределах оцененных погрешностей можно считать температурное поле однородным, а уравнение теплового баланса для образца записать в виде:

$$mC_p \frac{dT}{d\tau} = q, \quad (1.2)$$

где  $q$  – тепловой поток с поверхности образца, определяемый правой частью уравнения (1.1).

Для эталонного образца можно записать такое же уравнение

$$m^{\vartheta} C_p^{\vartheta} \left( \frac{dT}{d\tau} \right)_{\vartheta} = q^{\vartheta} \quad (1.3)$$

Полагая, что формы и оптические свойства поверхностей исследуемого и эталонного образцов одинаковы можно сделать вывод, что при одинаковых температурах  $q = q^{\vartheta}$ . Тогда, разделив уравнение (1.2) на уравнение (1.3), получим

$$C_p = C_p^{\vartheta} \frac{m^{\vartheta}}{m} \left( \left( \frac{dT}{d\tau} \right)_{\vartheta} / \left( \frac{dT}{d\tau} \right) \right) \quad (1.4)$$

### 3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА И ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА

Измерительная часть установки состоит из блока 4-х установленных вертикально термопар (на которые надеваются исследуемые образцы) и 12-канального самопишущего потенциометра КСП-4. Каждая из термопар подключена сразу к трем каналам потенциометра. Такое подключение сделано с целью увеличить плотность записи. Номера каналов печатаются на диаграммной бумаге (рядом с точкой). Таким образом, всегда можно определить к какому из образцов относится данная кривая охлаждения. Включение потенциометра осуществляется двумя тумблерами (установлены на лицевой панели потенциометра) – общее включение и включение механизма протяжки диаграммной ленты. Для того, чтобы показания потенциометра были стабильными и не зависели от времени его следует включить за 15 – 30 минут до начала измерений («прогреть»). Механизм протяжки включается непосредственно перед началом измерений.

Имеется два комплекта образцов: 4 – цилиндрических и 4 – конических. Все образцы имеют осевое сверление для установки их на термопары. В эксперименте следует использовать образцы одного комплекта (все образцы должны иметь одинаковую форму). Один образец изготовлен из меди (эталон), остальные – из латуни,

стали и титана. Из чего изготовлен образец можно определить по цвету и удельному весу.

Перед началом эксперимента образцы необходимо очистить от окалины и взвесить. После этого образцы при помощи штанги устанавливаются в камеру печи вблизи ее задней стенки. Имейте в виду, что печь разогревается очень медленно и ее следует включить в начале занятия. Регулятор печи должен быть установлен на отметку  $700^{\circ}\text{C}$ . Температуру образцов можно контролировать по их свечению (нагрев можно считать законченным при слабом красно-оранжевом свечении образцов).

После того как образцы нагрелись до необходимой температуры, включите механизм протяжки диаграммной ленты потенциометра и запишите 2–3 см «нулевой линии» (линия соответствующая комнатной температуре) до того, как образцы установлены на термопары. Затем при помощи штанги извлеките образцы из печи и наденьте их на термопары.

Продолжительность эксперимента определяется визуально – запись следует продолжать лишь до тех, пор пока имеется возможность произвести графическое дифференцирование кривых охлаждения.

Во время эксперимента по различным причинам могут произойти сбои в работе регистрирующей аппаратуры. Поэтому не выключайте печь до тех пор пока не убедитесь, что кривые охлаждения записаны удачно. При появлении «скачков» на кривых (как правило, именно таким образом проявляется сбой в работе аппаратуры) эксперимент необходимо повторить с самого начала. Прежде, однако, посоветуйтесь с преподавателем.

Обработка результатов эксперимента состоит в графическом дифференцировании полученных кривых при различных температурах и расчете по этим данным значений  $C_p(T)$ . Расчет производится по формуле (1.4) с привлечением табличных данных по теплоемкости меди (см. табл.).

### Теплоемкость меди при различных температурах

$T, K$	$C_p, Дж/(г.атом \cdot K)$	$T, K$	$C_p, Дж/(г.атом \cdot K)$
300	24,465	700	27,013
400	25,272	800	27,509
500	25,927	900	28,068
600	26,492	1 000	28,685



#### 4. ЗАДАНИЯ

Запишите термограмму остывания образцов. Определите скорости остывания образцов при одинаковых температурах и рассчитайте теплоемкости. Все данные занесите в таблицу.

Постройте экспериментальные температурные зависимости теплоемкости. На этот же график нанесите табличные значения теплоемкости железа, латуни и титана. Оцените отклонения ваших данных от табличных.

Проанализируйте и оцените погрешности ваших экспериментальных данных. Оцените вклад радиационной составляющей теплового потока при различных температурах.

*Дополнительно, по заданию преподавателя.* Используя образцы различной формы, оцените влияние формы на коэффициент теплоотдачи.

#### 5. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Как инерционность термопары влияет на результат? Инерционность термопары определите по термограмме.

2. Можно ли данным методом измерить теплоемкость золота? Если можно, то как?

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Румер Ю. Б., Рывкин М. Ш. Термодинамика, статистическая физика и кинетика. 2-е, изд. испр. и доп. М.: Наука, 1977.
2. Исаченко В. П., Осипова В. А. Теплопередача. Учеб. для вузов. 3-е, изд. перераб. и доп. М.: Энергия, 1975
3. Кухлинг Х. Справочник по физике. М.: Мир, 1982.

## ПРИЛОЖЕНИЕ 1

### Расчетные соотношения неуравновешенного моста

Пусть входное сопротивление  $R_{\text{ex}}$  прибора, включенного в измерительную диагональ неуравновешенного моста, очень велико так, что  $R_{\text{ex}} \gg R_1, R_2, R_t$  (все обозначения соответствуют обозначениям (рис. 2) и основного текста). Тогда можно пренебречь током в измерительной диагонали и записать:

$$\begin{aligned} J_1 + J_2 &= J_{00}, \\ J_1(R_1 + R) &= J_0(R_2 + R_t), \\ J_0 R_t - J_1 R &= U. \end{aligned} \quad (1)$$

В уравнениях (1):  $J_{00}$  - полный ток моста;  $J_1$  - ток в ветви  $R_1, R$ ;  $J_0$  - ток в ветви  $R_2, R_t$ .

Решив эту систему относительно  $J_0$  и  $R_t$  получим:

$$J_0 = \frac{R_1 J_{00} - U}{R_1 + R_2}; \quad (2)$$

$$R_t = \frac{R_2}{R_1} R + \frac{U \cdot (R_1 + R) \cdot (1 + R_2/R_1)}{R_1 J_{00} - U}. \quad (3)$$

Пусть при начальном токе  $J_{00} = J_{00}''$  мост сбалансирован (т. е.  $U = 0$ ). Тогда из (2) и (3)

$$J_0'' = J_{00}'' / (1 + R_2/R_1); \quad (4)$$

$$R_t(0) = \frac{R_2}{R_1} R, \quad (5)$$

где:  $R_t(0) \equiv R_t(\tau = \tau_0) \equiv R_t(T_0)$

По условию проведения эксперимента  $i = J_0^k - J_0^h$  мало. Малое изменение тока вызывает, соответственно, малые изменения  $T$  и  $R_t$ . То есть имеет место условие  $R_t(\tau) - R_t(0) \ll R_t(0)$ . Рассмотрим уравнение (3) совместно с (5) и разрешим его относительно  $U/R_1 J_{00}^k$ :

$$\frac{U}{R_1 J_{00}^k} = \frac{R_t(\tau) - R_t(0)}{(R_1 + R) \cdot (1 + R_2/R_1) + R_t(\tau) - R_t(0)}.$$

В схеме нашей установки  $R_2/R_1 = 10^{-2}$ . Тогда  $R \approx 100R_1$  и, следовательно,

$$\frac{U}{R_1 J_{00}^k} < \frac{R_t(\tau) - R_t(0)}{R} \approx 10^{-2} \frac{R_t(\tau) - R_t(0)}{R_t(0)} \ll 1.$$

Таким образом, слагаемым  $U$  в знаменателе (3) можно пренебречь и записать:

$$R_t(\tau) - R \frac{R_2}{R_1} \approx \frac{(R_1 + R) \cdot (1 + R_2/R_1)}{R_1 J_{00}^k} \cdot U \quad (6)$$

(Детальный анализ показывает, что (6) справедливо даже при  $(R_t(\tau) - R_t(0))/R_t(0) \sim 40\%$ .)

Принимая во внимание (5) сделаем в (6) замену:

$$R_t(\tau) - \frac{R_2}{R_1} R = R_t(\tau) - R_t(0) = R_t'(T_0) \cdot (T - T_0).$$

Тогда

$$\frac{dT}{d\tau} = \frac{(R_1 + R) \cdot (1 + R_2/R_1)}{J_{00}^{\kappa} R_1 R_t'} \cdot \frac{dU}{d\tau}.$$

## ПРИЛОЖЕНИЕ 2

### Формулы линейной аппроксимации экспериментальных данных

Процедура аппроксимации экспериментальных данных методом наименьших квадратов подробно изложена в многочисленных учебных пособиях. Поэтому здесь мы ограничимся лишь приведением формул линейной аппроксимации. Безусловно, реальная зависимость  $C_p(T)$  отличается от линейной, хотя и близка к ней. Однако, обработка экспериментальных данных полиномами более высокой степени и, тем более, другими функциями сопряжена с огромным объемом вычислений и оправдана только при выполнении расчетов на ЭВМ. В то же время, аппроксимация данных линейной зависимостью позволяет ознакомиться с общими принципами обработки результатов эксперимента.

При проведении  $N$  измерений теплоемкости мы имеем два экспериментальных массива температур  $(T_1, T_2 \dots T_N)$  и теплоемкостей  $(C_p(T_1), C_p(T_2) \dots C_p(T_N))$ .

Задача состоит в нахождении линейной функции

$$C_p(T) = a_0 + a_1 \cdot (T - T_0),$$

которая наилучшим образом описывает экспериментальную температурную зависимость  $C_p(T_1)$ .

В методе наименьших квадратов коэффициенты  $a_i$  находятся из минимизации суммы:

$$S = \sum_{i=1}^N \{a_0 + a_1(T_i - T_0) - C_p(T_i)\}^2,$$

где  $T_i, C_p(T_i)$  - экспериментальные значения.

Условия минимума –  $\partial S / \partial a_0 = 0$  и  $\partial S / \partial a_1 = 0$ .

Наиболее простыми выражения для  $a_i$  получаются при выборе в качестве  $T_0$  средней температуры

$$T_0 = \bar{T} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N T_i.$$

В этом случае

$$a_0 = \bar{C}_p = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N C_p(T_i) \quad a_1 = \frac{\overline{C_p T} - \bar{C}_p \bar{T}}{\bar{T}^2 - \bar{T}^2},$$

где  $\overline{C_p T} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N C_p(T_i) T_i$ ,  $\bar{T}^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N T_i^2$ .

Если принять  $T_0 = 0$ , то

$$a_0 = \frac{\overline{T^2 C_p} - \bar{T} \overline{C_p T}}{\bar{T}^2 - \bar{T}^2}, \quad a_1 = \frac{\overline{C_p T} - \bar{C}_p \bar{T}}{\bar{T}^2 - \bar{T}^2}.$$

## ПРИЛОЖЕНИЕ 3

### Температурные зависимости удельного сопротивления никеля

При температурах ниже точки Кюри:

$$\begin{aligned} \rho(T) = & -1.907 + 30.28 \cdot 10^{-3} T - 22.55 \cdot 10^{-6} T^2 + \\ & + 82.48 \cdot 10^{-9} T^3 \text{ мкОм} \cdot \text{см}, \\ & 100\text{K} < T < 620\text{K}. \end{aligned}$$

При температурах выше точки Кюри:

$$\begin{aligned} \rho(T) = & -1.968 + 63.74 \cdot 10^{-3} T - 25.90 \cdot 10^{-6} T^2 + \\ & + 5.41 \cdot 10^{-9} T^3 \text{ мкОм} \cdot \text{см}, \\ & 650\text{K} < T < 1700\text{K}. \end{aligned}$$

Вблизи температуры Кюри:

$$\begin{aligned} \rho(T) = & 127.06 \left( \frac{T_c - T}{T_c} \right)^{1.3} - 104.5 \left( \frac{T_c - T}{T_c} \right) \text{ мкОм} \cdot \text{см}, \\ & T < T_c = 629.635\text{K} \\ \rho(T) = & 48.41 \left( \frac{T - T_c}{T_c} \right)^{0.9} - 34.61 \left( \frac{T - T_c}{T_c} \right) \text{ мкОм} \cdot \text{см}, \\ & T > T_c = 629.635\text{K} \end{aligned}$$

### Температурная зависимость удельного сопротивления вольфрама

$$\begin{aligned} \rho(T) \cdot 10^8 = & -2.116 + 24.1 \cdot 10^{-3} T + 3.05 \cdot 10^{-6} T^2 - 0.22 \cdot 10^{-9} T^3 \text{ Ом} \cdot \text{м}, \\ & 293\text{K} < T < 3653\text{K} \end{aligned}$$



### Некоторые свойства вольфрама

T, K	$\rho \cdot 10^8$ Ом·м	$d\rho/dT \cdot 10$ Ом·м/К	$\frac{R(T)}{R(300)}$	$d$ , г/см <sup>3</sup>	$C_p$ , Дж/моль·К
300	5,383	0,0259	1	19,26	24,34
400	7,998	0,0264	1,486	19,23	24,97
500	10,669	0,0270	1,982	19,21	25,44
600	13,394	0,0275	2,488	19,18	25,87
700	16,173	0,0280	3,004	19,15	26,27
800	19,003	0,0286	3,530	19,12	26,64
900	21,884	0,0291	4,065	19,10	27,01
1 000	24,814	0,0295	4,610	19,07	27,36
1 100	27,792	0,0300	5,163		
1 200	30,816	0,0305	5,725	19,01	28,07
1 300	33,885	0,0309	6,295		
1 400	36,998	0,0313	6,873	18,95	28,83
1 500	40,154	0,0318	7,459		
1 600	43,351	0,0322	8,053	18,89	29,67
1 700	46,538	0,0326	8,645		
1 800	49,863	0,0329	9,263	18,82	30,63
1 900	53,175	0,0333	9,878		
2 000	56,524	0,0337	10,500	18,72	31,73
2 100	59,907	0,0340	11,129		
2 200	63,323	0,0343	11,764		33,04
2 300	66,772	0,0346	12,404		
2 400	70,251	0,0349	13,051		34,56
2 500	73,759	0,0352	13,702		
2 600	77,295	0,0355	14,359		36,37
2 700	80,858	0,0358	15,021		
2 800	84,447	0,0360	15,688		38,44
2 900	88,059	0,0362	16,359		
Погреш- ность, %	2			0,1	2,5